COMBINATORIA

Operación	Se pueden repetir los elementos	Fórmula
PERMUTACIONES o VARIACIONES	Si	$P_r(n,k) = n \cdot n \cdots n = n^k$
	No	$P(n,k) = n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$
COMBINACIONES	Si	$C_r(n,k) = \binom{k+n-1}{k} = \dfrac{(k+n-1)!}{k!\,(n-1)!}$
	No	$C(n,k) = \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$

$n! = factorial\ del\ número\ entero\ n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots n$, siendo $0! = 1$

PROBABILIDADES

$P\{A \cap B\} = P\{A\} \cdot P\{B\}$ si A y B son independientes
$P\{A \cup B\} = P\{A\} + P\{B\} - P\{A \cap B\}$
$P\{\bar{A}\} = 1 - P\{A\}$
$P\{A \backslash B\} = P\{A - B\} = P\{A\} - P\{A \cap B\}$
$P\{A\|B\} = \dfrac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}}$
$P\{B\|A\} = \dfrac{P\{A\|B\} \cdot P\{B\}}{P\{A\}} = \dfrac{P\{A\|B\} \cdot P\{B\}}{P\{A\|B\} \cdot P\{B\} + P\{A\|\bar{B}\} \cdot P\{\bar{B}\}}$
$P\{A\} = \sum_{j=1}^{k} P\{A\|B_j\} \cdot P\{B_j\}$ Si $P\{B_i \cap B_j\} = 0$ para cualquier $i \neq j$ y si $\sum_{j=1}^{k} P\{B_j\} = 1$

VARIABLES ALEATORIAS

$$\mu = E(X) = \sum_x xP(x)$$
$$E(Y) = E\{g(X)\} = \sum_x g(x)P(x)$$
$$\sigma^2 = Var(X) = E(X - E(X))^2 = \sum_x (x-\mu)^2 P(x) = E(X^2) - \mu^2$$
$$P\{\lvert X-\mu\rvert > \varepsilon\} \leq \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$
$$P(X+Y) = P(X) + P(Y)$$
$$P_{(X,Y)}(x,y) = P\{(X,Y) = (x,y)\} = P\{\{X = x\} \cap \{Y = y\}\}$$
$$P_X(x) = P\{X = x\} = \sum_y P_{(X,Y)}(x,y)$$ $$P_Y(y) = P\{Y = y\} = \sum_x P_{(X,Y)}(x,y)$$
$P_{(X,Y)}(x,y) = P_X(x)P_Y(y)$ si X e Y son independientes
$$E\{g(X,Y)\} = \sum_x \sum_y g(x,y)P_{(X,Y)}(x,y)$$
$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$
$E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$ si X e Y son independientes

Distribución discreta	Descripción	Función de masa de probabilidad (pmf) $\boldsymbol{P(x)}$	Función de distribución acumulada (cdf) $\boldsymbol{F(x) = P\{X \leq x\}}$	$\boldsymbol{E(X)}$	$\boldsymbol{Var(X)}$
X: Bernoulli(p)	*X = Número de éxitos en un ensayo de Bernoulli* *p = probabilidad de éxito* *x = 0, 1*	$\begin{cases} 1-p, & x=0 \\ p, & x=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 1-p, & x=0 \\ 1, & x=1 \end{cases}$	p	$p(1-p)$
X: Binomial(n, p)	*X = Número de éxitos en n ensayos independientes de Bernoulli* *n = número de ensayos = 1, 2, 3,...* *p = probabilidad de éxito en un ensayo* *x=0, 1, 2, .., n* *Si n es grande:* • $Binomial(n,p) \approx Poisson(np)$ • $Binomial(n,p) \approx Normal\left(np, \sqrt{np(1-p)}\right)$ *(Aplicado una corrección de continuidad)*	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$\sum_{i=0}^{x} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$ *Tabla A2*	np	$np(1-p)$
X: Geometric(p)	*X= Número de ensayos de Bernoulli hasta el primer éxito* *p = probabilidad de éxito en un ensayo* *x=1, 2, 3, ..*	$p(1-p)^{x-1}$	$1-(1-p)^x$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
X: NB(k, p) ***Binomial negativa***	*X = Número de ensayos de Bernoulli hasta el éxito k-ésimo* *k = número de éxitos = 1, 2, 3, ...* *p = probabilidad de éxito en un ensayo* *x=k, (k+1),(k+2),, ..*	$\binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}$	$\sum_{i=k}^{x} \binom{i-1}{k-1} p^k (1-p)^{i-k}$	$\frac{k}{p}$	$\frac{k(1-p)}{p^2}$
X: Poisson(λ)	*X = Número de "eventos raros" durante un intervalo de tiempo fijo* *λ = frecuencia de los "eventos raros" ∈ (0, ∞)* *x=1, 2, 3, ...*	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$ *Siendo* $e \approx 2.72$	$\sum_{i=1}^{x} e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}$ *Tabla A3*	λ	λ

Distribución continua	Descripción	Función de densidad de probabilidad (pdf) $f(x)$	Función de distribución acumulada (cdf) $F(x) = P(X \leq x)$	$E(X)$	$Var(X)$
X: Uniform(a, b)	*X = Número elegido "al azar" en el intervalo (a,b)* *a<x<b*	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{1}{b-a}x - \frac{1}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
X: Exponential(λ)	*X = Tiempo entre dos eventos con distribución de Poisson* *λ = frecuencia de ocurrencia de eventos > 0* *x>0*	$\lambda e^{-\lambda x}$	$1 - e^{-\lambda x}$ *Siendo* $e \approx 2.72$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
X: Gamma(α, λ)	*X = Tiempo entre dos secuencias de α eventos con distribución de Poisson* *α = número de eventos en una secuencia > 0* *λ = frecuencia de ocurrencia de eventos > 0* *x>0*	$\frac{\lambda^2}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}$ $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$	$\int_{-\infty}^{x} \frac{\lambda^2}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\lambda t} dt$ $F(x) \approx P\{Y \geq \alpha\}$ *siendo* $Y: Poisson(\lambda x)$	$\frac{\alpha}{\lambda}$	$\frac{\alpha}{\lambda^2}$
X: Normal(μ, σ)	*μ = esperanza ∈ (-∞, + ∞)* *σ = desviación estándar ∈ (0, + ∞)* *−∞<x<∞*	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$	μ	σ^2
Z: Normal(0,1)	*Z = Variable Normal estándar* $Si\ X: N(\mu, \sigma) \rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ $Si\ S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i\ con\ n\ grande \rightarrow Z = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$	$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}}$	$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} dx$ *Tabla A4*	0	1

Distribución continua	Descripción	Función de densidad de probabilidad (pdf) $f(x)$	Función de distribución acumulada (cdf) $F(x) = P(X \leq x)$	$E(X)$	$Var(X)$
X: $T(\nu)$	*X = Variable con distribución T de Student* *ν = número de grados de libertad ∈ (0, + ∞)* *$-\infty<x<\infty$*	$\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{x^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$	$\int_{-\infty}^{x}\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}dt$ *Tabla A5*	0	$\frac{\nu}{\nu-2}$
X: χ^2 (ν)	*X = Variable con distribución Chi-cuadrado* *ν = número de grados de libertad ∈ (0, + ∞)* *x>0*	$\frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}x^{\frac{\nu}{2}-1}e^{\frac{-x}{2}}$ $\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)=\int_0^{\infty}t^{\frac{\nu}{2}-1}e^{-t}dt$	$\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}t^{\frac{\nu}{2}-1}e^{\frac{-t}{2}}dt$ *Tabla A6*	ν	2ν
X: $F(\nu_1,\ \nu_2)$	*X = Variable con distribución F* *$\nu1$= número de grados de libertad de la variable del numerador > 0* *$\nu2$ = número de grados de libertad de la variable del numerador > 0* *x>0*	$\frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{x\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)}\sqrt{\frac{(\nu_1 x)^{\nu_1}(\nu_2)^{\nu_2}}{(\nu_1 x+\nu_2)^{\nu_1+\nu_2}}}$	$\int_{-\infty}^{x}\frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)}{t\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)}\sqrt{\frac{(\nu_1 t)^{\nu_1}(\nu_2)^{\nu_2}}{(\nu_1 t+\nu_2)^{\nu_1+\nu_2}}}dt$ *Tabla A7*	$\frac{\nu_2}{\nu_2-2}$ para $\nu_2 > 4$	$\frac{2{\nu_2}^2(\nu_1+\nu_2-2)}{\nu_1(\nu_2-2)^2(\nu_2-4)}$ para $\nu_2 > 4$